



Écoles Européennes
Bureau du Secrétaire général du Conseil Supérieur
Unité pédagogique

Réf. : 88-D-72

Orig. : FR

Version : FR

Programme de mathématiques – deuxième année (cycle d’observation)

Approuvé par le Conseil supérieur des 26 et 27 avril 1988

INTRODUCTION

Après l'ajustement des connaissances opéré en première année dans l'étude des nombres et la découverte de l'espace physique préluant à l'initiation à la géométrie, le programme de deuxième année vise les objectifs suivants :

NOMBRES

- a) Notions :
- rendre plausibles les extensions de la notion de nombre.
 - faire prendre conscience progressivement à l'élève des "ressemblances" existant entre les différentes structures qu'il rencontre dans la découverte des nombres, sans pour autant faire une étude systématique de celles-ci.
- b) Savoir-faire : Le savoir-faire doit être compris comme un emploi raisonné de méthodes qu'on est éventuellement capable de justifier. Il ne peut en aucune façon se limiter à un usage aveugle de recettes opératoires.

GÉOMÉTRIE

Des modèles physiques faciliteront l'approche des notions nouvelles-En vue de se libérer progressivement du support de l'espace physique, le processus d' "idéalisation-abstraction" mis en oeuvre dès la première année, s'amplifie au cours de la deuxième année. Cela ne doit pas empêcher toutefois de revenir aux "modèles physiques" pour faciliter l'approche des notions nouvelles.

Le cours de la deuxième année se distingue de celui de la première année par le souci d'organiser au moins localement les faits géométriques. Lors des activités géométriques on fera la distinction entre, d'une part, les propriétés générales admises et les hypothèses particulières, et, d'autre part, ce que l'on veut en déduire. Ceci n'implique pas la construction d'un cours complet de géométrie à partir de quelques axiomes.

L'organisation de la géométrie est limitée à la géométrie du plan. Cependant le professeur ne laissera pas échapper les occasions d'appliquer à l'espace une notion étudiée dans le plan, ou, au contraire, de présenter une propriété de l'espace et de l'appliquer ensuite dans le plan.

Les transformations seront utilisées dans la découverte et la justification de propriétés des figures et dans la résolution de problèmes. Certaines justifications peuvent d'ailleurs, sans faire appel aux transformations, s'appuyer sur des énoncés plus généraux déjà admis ou établis.

Les tracés aux instruments, les manipulations de modèles du plan ou de l'espace contribuent à la mise en oeuvre des propriétés de base; ils gardent leur valeur et leur importance pour stimuler l'intuition et pour soutenir le raisonnement.

PROBLÈMES

Les remarques relatives aux problèmes dans le programme de première année restent d'application. Il est recommandé en deuxième année de développer des problèmes ouverts. Dans des situations concrètes, tant numériques que géométriques, on fera prendre conscience aux élèves de la notion de fonction et on les amènera à reconnaître celle-ci chaque fois qu'elle se présentera sans en faire un développement formel.

Claude BOUCHER,
Président de la Commission de Mathématiques

I. PROBLEMES

Les problèmes se situent dans un mode d'apprentissage. Ils sont :

- un point de départ en ce qu'ils motivent les élèves à l'étude des notions mathématiques du programme et en ce qu'ils permettent de développer leur capacité à raisonner,
- un point d'arrivée en ce qu'ils permettent de les réinvestir.

Le domaine des problèmes est essentiellement lié au monde physique, dans lequel on opère sur des grandeurs. On peut aussi présenter des situations artificielles qui seront d'excellents exercices à résoudre. On peut rencontrer aussi des situations ouvertes et en particulier celles dans lesquelles interviennent des inégalités.

A partir de la situation proposée, il convient de :

- traduire cette situation à l'aide de différentes représentations (tableaux, diagrammes, graphes, organigrammes, graphiques...),
- choisir la représentation la plus propice à la découverte d'une solution,
- élaborer la solution et formuler correctement le raisonnement suivi (oralement et par écrit),
- estimer si les résultats obtenus sont plausibles,
- vérifier le résultat sur la situation de départ.

Dans le cadre de la résolution de ces problèmes, il serait souhaitable de :

- pouvoir utiliser les opérations usuelles par rapport à une situation concrète, résoudre les problèmes qui impliquent ces opérations et connaître le vocabulaire propre à chacune d'elles
- découvrir progressivement des méthodes appropriées à la résolution de problèmes mettant en oeuvre l'équation et l'inéquation du premier degré à une inconnue
- résoudre des problèmes :
 - . de puzzles,
 - . de partages,
 - . de moyennes,
 - . de grandeurs proportionnelles,
 - Ex : - quantité et prix, quantité et masse...
 - pourcentages, changes, échelles...
 - intérêt,
 - mouvement uniforme (vitesse et espace...)Rencontrer des contre-exemples
- aborder des problèmes de dénombrement,
- pratiquer des jeux combinatoires,
- organiser des ensembles de résultats selon des modalités statistiques,
- se familiariser avec la notion de probabilité,
- représenter graphiquement des situations,
- interpréter des organigrammes.

II. NOMBRES

Calcul mental, estimation et vérification de l'ordre de grandeur d'un résultat seront encouragés à l'aide d'exercices oraux et de calculs d'approximation.

L'utilisation d'une calculatrice est souhaitée pour

- la vérification de résultats d'opérations,
- la résolution de problèmes à données plus complexes.

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p><u>Les Nombres Naturels</u></p> <p>Addition, multiplication; leurs propriétés Élément neutre Élément absorbant</p> <p>Lois associatives, commutatives, distributives</p> <p>Soustraction, division</p> <p>Puissances à exposants naturels</p>	<p>Reconnaître les propriétés des opérations, les formuler et les utiliser dans le calcul mental et le calcul écrit</p> <p>Appliquer les règles de priorité dans une suite d'opérations (rôle des parenthèses)</p> <p>Calculer : $a^n \cdot a^m, (a^n)^m, (a \cdot b)^m,$ $a^m : a^n \ (m > n)$ $(m \in \mathbb{N}_0, n \in \mathbb{N}_0, a \neq 0)$</p>	<p>Les applications de ces propriétés sont l'occasion de développer l'habileté aux calculs</p> <p>Ces propriétés permettent l'utilisation des quantificateurs dont on ne fera pas une étude systématique</p> <p>Montrer que les propriétés de l'addition et de la multiplication n'existent pas pour la soustraction et la division</p> <p>On fera l'approche des formules à l'aide d'exemples numériques</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p>P.p.c.m. et p.g.c.d.</p> <p>Systèmes de numération</p>	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Calculer le p.p.c.m. et p.g.c.d. par factorisation</p> <p>Coder et décoder un nombre (en base dix, en base deux, en système romain)</p> <p>Additionner deux nombres en base deux</p>	<p>L'introduction de ces notions peut s'envisager à partir de l'intersection d'ensembles</p> <p>Ce sujet permet de montrer l'avantage de la base dix</p> <p>On peut utiliser différentes bases pour convertir des mesures d'angles, des unités agraires et des durées</p>
<p><u>Les Nombres Entiers</u></p> <p>Le nombre entier, son signe, sa valeur absolue et son opposé</p> <p>Ordre dans \mathbb{Z}</p> <p>Addition et soustraction</p> <p>Conservation de l'ordre par l'addition</p> <p>Conservation de l'égalité par l'addition</p>	<p>Utiliser la définition suivante :</p> $ a = a \text{ si } a > 0$ $ a = 0 \text{ si } a = 0$ $ a = -a \text{ si } a < 0$ <p>Ordonner un ensemble de nombres entiers et situer ceux-ci sur la droite graduée</p>	<p>Différents procédés pourront être utilisés pour représenter les nombres entiers : les flèches, les nombres en couleur etc.</p> <p>Afin de simplifier l'écriture on peut noter $\bar{7} + \bar{3}$ au lieu de $-7 + (-3)$</p> <p>Cette écriture permet la distinction entre le signe du nombre et le signe de l'opération</p> <p>On veillera à mettre en évidence et à utiliser les propriétés du groupe $(\mathbb{Z}; +)$ sans faire une étude systématique de la notion de groupe</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Multiplication et division Multiplication et égalité Multiplication et ordre Propriétés de l'addition et de la multiplication	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> Utiliser les règles des signes Appliquer à \mathbb{Z} les propriétés vues dans \mathbb{N} Appliquer les règles de priorité dans une suite d'opérations (rôle des parenthèses) Appliquer les règles de suppression des parenthèses	On peut utiliser l'organigramme pour faire apparaître la hiérarchie des opérations Par exemple, si on se réfère à la notation ci-dessus : $-(a + b) = \overline{a + b} = \overline{a + \overline{b}} = -a - b$ $a - (b + c) = a + \overline{(b + c)}$ $= a + \overline{(\overline{b} + \overline{c})}$ $= a + \overline{b} + \overline{c}$ $= a - b - c$ $a - (b - c) = a - \overline{(b + \overline{c})}$ $= a + \overline{(\overline{b + c})}$ $= a + \overline{b} + c$ $= a - b + c$
Puissances à exposants naturels	Appliquer les formules découvertes dans \mathbb{N}	On insistera sur les exemples du type suivant : $2^2; -2^2; (-2)^2; -(-2)^2; -(-2^2)$ $2^3; -2^3; (-2)^3; -(-2)^3; -(-2^3)$

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p><u>Les Nombres rationnels</u> <u>Positifs</u></p> <p>Fractions équivalentes, simplification des fractions, fractions irréductibles</p> <p>Repérage des nombres rationnels et décimaux sur une droite graduée</p> <p>Encadrement des décimaux et des rationnels</p> <p>Opérations sur les rationnels</p> <p>Les pourcentages</p>	<p>Utiliser les règles des signes</p> <p>Écrire un nombre rationnel (fractionnaire) sous forme décimale</p> <p>Écrire un nombre décimal limité sous forme fractionnaire</p> <p>Encadrer un nombre rationnel par deux nombres décimaux</p> <p>Multiplier, inverser et diviser les fractions</p> <p>Additionner et soustraire des fractions en recherchant le p.p.c.m.</p> <p>Appliquer à \mathbb{Q} les propriétés vues dans \mathbb{N} et dans \mathbb{Z}</p> <p>Élever un rationnel sous forme fractionnaire ou décimale à une puissance naturelle simple</p> <p>Utiliser les pourcentages dans les cas simples</p>	<p>L'objectif de la 2ème année est d'améliorer l'habilité au calcul</p> <p>On pourra utiliser les exemples du type suivant :</p> $\frac{3}{4} = \frac{6}{\dots} = \frac{\dots}{-24} = \frac{-9}{\dots}$ $\frac{-3}{4} = \frac{6}{\dots} = \frac{\dots}{-16} = \frac{-12}{\dots} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$ <p>Notion d'inclusion $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$</p> <p>L'utilisation du p.p.c.m. n'est pas toujours le moyen le plus efficace</p> <p>Le p.p.c.m. peut se trouver dans les cas simples sans factorisation</p> <p>On pourra utiliser les exemples du type suivant :</p> $-\left(\frac{1}{2}\right)^2; \left(-\frac{1}{2}\right)^2; -\frac{2^2}{3}; \frac{2}{3^2}; (-0,1)^3; (0,2)^2; \text{ etc.}$

III. ALGÈBRE

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Expressions algébriques	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Lire et reconnaître les opérations mentionnées dans des expressions littérales</p> <p>Calculer leurs valeurs numériques dans \mathbb{N}, \mathbb{Z}, et \mathbb{Q} en utilisant les propriétés et la hiérarchie des opérations</p> <p>Reconnaître des sommes, des produits</p> <p>Utiliser les règles relatives à l'opposé d'une somme, d'une différence</p> <p>Multiplier une somme, une différence par un nombre</p>	<p>Exprimer une suite de calculs oralement et par écrit</p> <p>La hiérarchie des opérations pourra être matérialisée par des organigrammes</p> <p>Rencontrer la multiplication d'une somme, d'une différence par une somme, par une différence</p> <p>Rencontrer $(a \pm b)^2$, $(a + b).(a - b)$</p> <p>Rencontrer des cas simples de factorisation (mise en évidence d'un facteur commun)</p>
Proposition et forme propositionnelle	<p>Reconnaître la vérité d'une proposition dans un référentiel</p> <p>Trouver l'ensemble des éléments du référentiel qui transforment une forme propositionnelle en une proposition vraie (ensemble des solutions)</p>	<p>Reconnaître la fonction associée à une forme propositionnelle</p>
Équations et inéquations du 1 ^{er} degré à une inconnue	<p>Résoudre dans un référentiel une équation (ou une inéquation) en utilisant les propriétés des opérations</p> <p>Utiliser une formule pour calculer un de ses éléments</p>	<p>On peut mettre en évidence la notion d'équations et d'inéquations équivalentes</p> <p>Exemple: calculer une des bases d'un trapèze, connaissant son aire, sa hauteur et l'autre base</p>
Repérage d'un point dans le plan	<p>Situer des points à l'aide de coordonnées</p> <p>Interpréter un graphique</p> <p>Représenter une situation concrète par un ensemble de points</p>	<p>On pourra rencontrer des situations qui sont représentées par un ensemble de points isolés ou par un ensemble de segments ou par une ligne</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Fonctions	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Reconnaître une fonction (voir chapitre I dernier alinéa)</p>	Des situations concrètes vues dans le courant de l'année, on fera une synthèse qui mettra en place la notion de fonction numérique

IV. STATISTIQUE DESCRIPTIVE

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Collection et rangement des données	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Collectionner et ranger des données en forme :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de tableau à double entrée, - de diagramme à bâtons, - d'histogramme <p>Interpréter ces différentes représentations</p>	On approfondira les notions du programme de la 1ère année
Moyenne arithmétique	Calculer cette moyenne	
Fréquence relative	Calculer la fréquence relative	<p>Bien distinguer les significations des fréquences absolue et relative</p> <p>On pourra utiliser les graphiques circulaires (se limiter à 5 classes)</p>

V. GÉOMÉTRIE

L'expérience a montré que si on veut que les élèves acquièrent une, bonne vision spatiale, que les objets et leurs propriétés leur deviennent disponibles, l'enseignement de la géométrie doit commencer par une exploration de l'espace. Il est donc indispensable, dans un premier temps, d'exploiter les situations vécues et de recourir à des activités pratiques concernant l'observation et la manipulation d'objets.

Cependant, l'apprentissage de la géométrie ne peut se limiter à l'établissement d'un inventaire de constatations; il prend donc, dans un deuxième temps, toute sa valeur mathématique si on se fixe comme buts essentiels :

- d'acquérir des moyens objectifs permettant de préciser les caractéristiques des objets rencontrés... on évalue, on reporte, on mesure, on transforme...
- de découvrir des relations entre les faits rencontrés,
- d'organiser progressivement les propriétés observées et de les utiliser dans des cas simples,
- d'établir une construction cohérente sans pour autant vouloir élaborer une géométrie axiomatique à ce niveau.

L'initiation à la géométrie est un moyen privilégié pour apprendre à manier correctement et avec précision des instruments usuels tels que la règle graduée, l'équerre géo-dreieck, le compas. L'élève apprend progressivement à reproduire des figures, en utilisant les instruments de dessin, les quadrillages... ; ensuite il dessine en respectant un certain nombre de consignes données (compréhension d'un énoncé géométrique) ; et enfin il construit en énonçant des propriétés à respecter.

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Plan, droite, point, demi-droite, segment	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>a) Exprimer oralement et/ou par écrit que</p> <ul style="list-style-type: none"> - le plan, la droite sont des ensembles infinis de points - toute droite est une partie propre et infinie du plan - toute paire de points détermine une et une seule droite - tout segment, toute demi-droite est une partie propre et infinie d'une droite <p>b) Utiliser à bon escient les symboles suivants : $\in, \notin, \subset, \not\subset, \cap, \cup, \setminus, \parallel, \perp, =, \neq$</p>	<p>C'est dans l'environnement qu'on trouve des modèles physiques de plans, de points et de droites</p> <p>Le professeur fera prendre conscience à ses élèves que le plan est un ensemble infini d'éléments appelés points; que toute droite est une partie infinie du plan que par un point passe une infinité de droites; que par deux point distincts passe une et une seule droite; qui par trois points...</p> <p>Les notations de segment, de demi-droite, de droite peuvent être utilisées à ce niveau</p>
Axiome d'Euclide Axiome de perpendicularité	Exprimer oralement et/ou par écrit ces axiomes	<p>On prendra toutes les précautions méthodologiques pour introduire et pour utiliser l'axiome d'Euclide et l'axiome de la perpendicularité dans le but d'initier les élèves au raisonnement logique</p> <p>Par exemple, on pourrait démontrer :</p> <ul style="list-style-type: none"> - si $a \parallel b$ et si $b \parallel c$, alors $a \parallel c$ - si $a \parallel b$ et si $b \perp c$, alors $a \perp c$ - si $a \perp b$ et si $b \perp c$, alors $a \parallel c$ - ...
Distances (point-point; point-droite ;deux droites parallèles)	<p>Mesurer, reporter, comparer des longueurs</p> <p>Énoncer les propriétés métriques de la médiatrice et de la bissectrice</p>	
Définition du cercle Définition du disque	Exprimer oralement et/ou par écrit ces définitions	On peut utiliser 'la notation ensembliste pour définir le cercle, le disque, leurs compléments...

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p>Introduction des transformations :</p> <p>a) symétrie axiale (orthogonale)</p> <p>b) symétrie centrale</p> <p>c) translation</p>	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Expérimenter personnellement les mouvements liés à</p> <ul style="list-style-type: none"> - la symétrie axiale - la symétrie centrale - la translation <p>Exprimer</p> <ul style="list-style-type: none"> - qu'une symétrie est déterminée par son axe, - une symétrie centrale par son centre, - une translation par un point et son image <p>Construire l'image d'un point, d'une partie du plan par ces transformations</p> <p>Utiliser des quadrillages et le repérage dans le plan pour déterminer des images, découvrir des propriétés de figures</p> <p>Construire les axes, les centres éventuels de parties du plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - segment, angle, droite, cercle - paires de droites sécantes <p>Reconnaître des invariants</p> <p>Construire avec le compas et la règle</p> <ul style="list-style-type: none"> - la médiatrice - la bissectrice <p>Reconnaître des points fixes et des figures globalement invariantes</p>	<p>En fonction des stratégies pédagogiques ou des besoins particuliers des élèves, on peut étendre cette expérimentation à d'autres transformations telles que la rotation et la projection parallèle</p> <p>On peut utiliser le vecteur de translation</p> <p>On peut utiliser la notion de couple formé par un point et son image</p> <p>On peut aussi construire la bissectrice en utilisant uniquement la règle graduée</p>
<p>Angles</p>	<p>Découvrir des angles de même amplitude à l'aide des transformations précédentes</p> <p>Reporter des angles de même amplitude</p>	<p>On peut rencontrer les notions d'angles opposés par le sommet, d'angles alternes-internes...</p>

