

Écoles Européennes
Bureau du Secrétaire général du Conseil Supérieur
Unité pédagogique

Réf. : 4611-D-88

Orig. : FR

Version : FR

Programme de mathématiques – troisième année (cycle d’observation)

Approuvé par le Conseil supérieur des 31 janvier et 1^{er} février 1989

INTRODUCTION

Les lignes directrices des programmes des première et deuxième années restent d'application en troisième année.

La présentation du programme comme une suite de matières ne doit cependant pas conduire à un cloisonnement de ces matières.

Le professeur garde toute liberté d'aborder les différents chapitres dans l'ordre qui assure le meilleur rendement pédagogique.

La calculatrice ne se présentera pas comme un simple instrument d'aide au calcul : son usage réfléchi apprendra à l'élève à mieux percevoir les mécanismes de la pensée mathématique, enrichissant ainsi davantage sa culture que les acquis techniques.

Le professeur ne manquera pas d'exploiter les occasions offertes par le cours de familiariser ses élèves avec la démarche algorithmique.

Claude BOUCHER,
Président de la Commission de Mathématiques

I. PROBLEMES

Les problèmes se situent dans un mode d'apprentissage. Ils sont :

- un point de départ en ce qu'ils motivent les élèves à l'étude des notions mathématiques du programme et en ce qu'ils permettent de développer leur capacité à raisonner,
- un point d'arrivée en ce qu'ils permettent de les réinvestir.

Le domaine des problèmes est essentiellement lié au monde physique, dans lequel on opère sur des grandeurs. On peut aussi présenter des situations artificielles qui seront d'excellents exercices à résoudre. On peut rencontrer aussi des situations ouvertes et en particulier celles dans lesquelles interviennent des inégalités.

A partir de la situation proposée, il convient de :

- traduire cette situation à l'aide de différentes représentations (tableaux, diagrammes, graphes, organigrammes, graphiques...),
- choisir la représentation la plus propice à la découverte d'une solution,
- élaborer la solution et formuler correctement le raisonnement suivi (oralement et par écrit),
- estimer si les résultats obtenus sont plausibles,
- vérifier le résultat sur la situation de départ.

Dans le cadre de la résolution de ces problèmes, il serait souhaitable de :

- pouvoir utiliser les opérations usuelles par rapport à une situation concrète, résoudre les problèmes qui impliquent ces opérations et connaître le vocabulaire propre à chacune d'elles
- découvrir progressivement des méthodes appropriées à la résolution de problèmes mettant en oeuvre l'équation et l'inéquation du premier degré à une inconnue
- résoudre des problèmes :
 - . de puzzles,
 - . de partages,
 - . de moyennes,
 - . de grandeurs proportionnelles,
 - Ex : - quantité et prix, quantité et masse...
 - pourcentages, changes, échelles...
 - intérêt,
 - mouvement uniforme (vitesse et espace...)Rencontrer des contre-exemples
- aborder des problèmes de dénombrement,
- pratiquer des jeux combinatoires,
- organiser des ensembles de résultats selon des modalités statistiques,
- se familiariser avec la notion de probabilité,
- représenter graphiquement des situations,
- interpréter des organigrammes.

II. NOMBRES

Il est important de faire constater aux élèves la cohérence de l'extension de la notion de nombre ($\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$).

1° L'introduction de l'opposé d'un naturel amène l'ensemble \mathbb{Z} .

2° L'introduction de l'inverse d'un naturel amène l'ensemble \mathbb{Q} .

3° Après avoir montré que l'ensemble des rationnels est égal à l'ensemble des nombres écrits sous forme décimale illimitée périodique, les élèves découvriront d'autres nombres : des nombres écrits sous forme décimale illimitée non périodique.

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<u>1° Figuration décimale</u>	Convertir un nombre à figuration fractionnaire en un nombre à figuration décimale illimitée périodique	Exemples : $\frac{6}{7} = 0,857142\ 857142\ 857142\dots = 0,\overline{857142}$ $\frac{1}{9} = 0,11111111\dots = 0,\overline{1}$ $\frac{1}{5} = 0,55555555\dots = 0,\overline{5}$ $\frac{1}{99} = 0,010101\dots = 0,\overline{01}$ $\frac{37}{99} = 0,37\ 37\ 37\dots = 0,\overline{37}$

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Convertir un nombre à figuration décimale illimitée périodique en un nombre à figuration fractionnaire</p>	<p>Exemples :</p> $0,777... = \frac{7}{9} \quad 0,5252... = \frac{52}{99}$ $0,00444... = \frac{1}{100} \times 0,444... = \frac{1}{100} \times \frac{4}{9} = \frac{4}{900} = \frac{1}{225}$ $3,75353... = 3,7 + 0,05353... = 3,7 + \frac{1}{10} \times 0,5353...$ $= \frac{37}{10} + \frac{53}{990} = \frac{3663}{990} + \frac{53}{990}$ $= \frac{3663+53}{990} = \frac{3716}{990} = \frac{1858}{495}$ $2,9 = 2,9000... = \frac{29}{10}$ <p>Autre méthode :</p> $3,171717...$ $100x = 317,1717...$ $-x = 3,1717...$ <hr style="width: 10%; margin-left: 0;"/> $99x = 314 \leftrightarrow x = \frac{314}{99}$

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p><u>3° Opérations</u></p> <p>Quotients de deux naturels (rappel)</p> <p>Inverse d'un nombre rationnel non nul</p> <p>Quotient de deux rationnels</p> <p>Puissances à exposants naturels</p>	<p>Calculer dans \mathbb{Q}</p> <p>Définir le quotient euclidien</p> <p>Utiliser les relations qui découlent de la définition du quotient euclidien</p> <p>Calculer l'inverse</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'un nombre - de l'opposé d'un nombre - de l'inverse d'un nombre - d'un produit de deux nombres - d'un quotient de deux nombres <p>Approcher le quotient de deux rationnels à une unité décimale près</p> <p>Exprimer le quotient exact sous forme de fraction</p> <p>Calculer :</p> <p>$a^n \cdot a^m$ $a \in \mathbb{Q}$</p> <p>$(a \cdot b)^m$</p> <p>$(a^n)^m$</p> <p>$\left(\frac{a}{b}\right)^m$ $b \neq 0$</p> <p>$\frac{a^m}{a^n}$ $a \neq 0$</p>	<p>$D = d \cdot q + r$ avec $r < d$ et $d \neq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{D}{n} = \frac{d}{n} \cdot q + \frac{r}{n}$ et $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$</p> <p>Autre façon d'écrire :</p> <p>$d \cdot q \leq D < d \cdot (q + 1)$ où $\{D; d; q\} \subset \mathbb{N} \setminus \{0\}$</p> <p>$a : b = \frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$ $b \neq 0$</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Puissances à exposants entiers	Interpréter a^n si $n < 0$ et utiliser la notation scientifique	On se limitera à des cas simples Exemples : $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $10^{-2} = 0,01$ $0,025 = 2,5 \times 10^{-2}$
<u>4° Rapports et proportions</u>	Définir et reconnaître des grandeurs - directement proportionnelles - inversement proportionnelles (voir chapitre I "PROBLÈMES")	On rappellera la définition de mesure On pourra exploiter des tableaux numériques Applications possibles : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$ On pourra rencontrer quelques rapports constants : 1. sinus, cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle 2. entre les mesures des longueurs du cercle et de son diamètre

III. ALGÈBRE

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p>	
Expressions algébriques	<p>Utiliser les règles relatives aux parenthèses et simplifier l'écriture d'expressions littérales</p> <p>Calculer la valeur numérique d'une expression algébrique</p>	
Monômes, polynômes	<p>Réduire, ordonner un polynôme à une variable</p> <p>Déterminer le degré de ce polynôme</p> <p>Ajouter, soustraire, multiplier des polynômes à une variable</p> <p>Utiliser les produits remarquables tels que $(a \pm b)^2$ $(a + b)(a - b)$</p>	<p>Généraliser les techniques de calculs sur les nombres rationnels aux fractions algébriques dont le dénominateur est un monôme</p> <p>Déterminer le degré d'une somme, d'un produit de polynômes à une variable</p> <p>Vérification géométrique</p>
Factorisation	<p>Mettre un facteur commun en évidence</p> <p>Factoriser les expressions telles que $a^2 - b^2$ $a^2 \pm 2ab + b^2$</p>	
Fractions algébriques	<p>Utiliser ces factorisations pour simplifier des fractions algébriques</p>	<p>Exemple :</p> $\frac{3x + 3y}{x^2 + 2xy + y^2}$

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Équations et inéquations du 1 ^{er} degré à une inconnue	Résoudre dans un référentiel une équation (ou une inéquation) en utilisant les propriétés des opérations Représenter ces solutions sur un axe Remplacer des équations ou des inéquations par des équations ou des inéquations équivalentes Utiliser une formule pour calculer un de ses éléments Résoudre des problèmes où interviennent plusieurs inéquations	Ne pas négliger les cas suivants : $0x < -3$ $0x = 4$ $0x = 0$... Exemple : calculer une des bases d'un trapèze, connaissant son aire, sa hauteur et l'autre base
Relations	Définir une relation Représenter graphiquement les couples d'une relation	Préciser l'ensemble de départ, l'ensemble d'arrivée et le prédicat (le lien verbal)
Fonctions Fonction numérique du premier degré	Définir une fonction Établir le domaine et l'image d'une fonction Représenter les couples d'une fonction dans un diagramme cartésien	On peut définir une fonction comme relation particulière On peut partir de situations concrètes On pourra rencontrer d'autres fonctions, p. ex. $x \rightarrow \frac{a}{x}$ $x \rightarrow x^2$

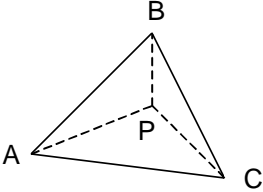
IV. STATISTIQUE DESCRIPTIVE

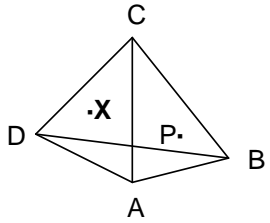
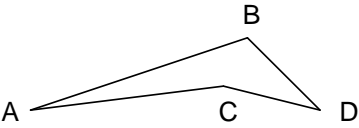
SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Probabilité	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Déterminer l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire</p> <p>Déterminer l'ensemble des résultats favorables (événements)</p> <p>Calculer la probabilité d'un événement</p> <p>Comparer avec la fréquence relative</p>	On se limitera à des expériences réalisables en classe
Statistique descriptive	<p>Collectionner et ranger en classes des données en forme d'histogramme</p> <p>Interpréter des histogrammes</p>	<p>Rappel deuxième année</p> <p>Utiliser les situations concrètes</p> <p>Exemple : des histogrammes différents ayant la même moyenne</p>

V. GÉOMÉTRIE

En troisième année, on prolonge l'étude des transformations du plan entreprise en deuxième année. L'accent sera mis sur l'apprentissage du raisonnement déductif. Le cours de géométrie doit contribuer à une meilleure connaissance du plan par la découverte de propriétés de figures (éléments de symétrie...). Ces propriétés seront démontrées en habituant les élèves à choisir le procédé le plus efficace (transformations du plan ou emploi de propriétés connues...). Bien que le programme de géométrie ne fasse pas mention explicitement de géométrie de l'espace, le professeur profitera des occasions propices pour étendre à l'espace des notions étudiées dans le plan ou, au contraire, pour souligner des propriétés du plan qui ne se généralisent pas dans l'espace.

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Parallélisme et perpendicularité	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Énoncer l'axiome d'Euclide et le théorème de la perpendicularité et les utiliser pour démontrer que</p> <ul style="list-style-type: none"> - si $a \parallel b$ et si $b \parallel c$, alors $a \parallel c$ - si $a \parallel b$ et si $b \perp c$, alors $a \perp c$ - si $a \perp b$ et si $b \perp c$, alors $a \parallel c$ - ... <p>Exprimer les conditions de parallélisme et de perpendicularité</p> <ul style="list-style-type: none"> - droite et plan - plan et plan 	<p>A cette occasion, on peut rencontrer</p> <ul style="list-style-type: none"> - la méthode de démonstration par l'absurde - la transitivité <p>Exemple :</p> <p>si $a \parallel b$ et $b \parallel c$, alors $a \parallel c$</p> <p>Contre-exemples :</p> <p>si $a \parallel b$ et $b \parallel c$, alors $\left\{ \begin{array}{l} a \text{ et } c \text{ sont sécantes} \\ \text{ou bien} \\ a \text{ et } c \text{ ne sont pas sécantes} \end{array} \right.$</p> <p>si $a \perp b$ et $b \perp c$, alors a n'est pas perpendiculaire à c</p> <p>On se limitera à une approche investigatrice et intuitive</p>

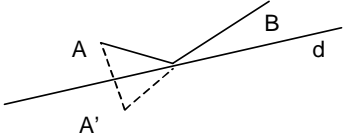
SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Distance	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Énoncer l'inégalité triangulaire</p> <p>Utiliser celle-ci dans des constructions et des démonstrations</p>	<p>Construire des triangles dans différents cas</p> <p>On peut appliquer l'inégalité triangulaire dans les cas suivants :</p> <p>- triangle :</p>  <p>les sommets d'un triangle étant désignés par A, B et C, et P désignant un point quelconque à l'extérieur ou à l'intérieur de la surface triangulaire, on peut démontrer que</p> $\frac{ AB + BC + CA }{2} < AP + BP + CP $

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE <i>L'élève doit être capable de :</i>	CONSEILS METHODOLOGIQUES
		<p>- quadrilatère :</p>  $\frac{ AB + BC + CD + DA }{2} < AP + BP + CP + DP $ <p>ou encore</p> <p>(1) $AC + BD < AB + BC + CD + DA$</p> <p>(2) $AC + BD < AX + BX + CX + DX$</p> <p>On pourra également comparer des "chemins", p.ex. $AB + BD > AC + CD$</p> 

Sujets	Savoir et savoir-faire	Conseils méthodologiques
	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Définir un cercle, son intérieur (le disque), son extérieur</p> <p>Énoncer les positions relatives d'une droite et d'un cercle</p>	<p>Rencontrer des problèmes ouverts</p> <p>Exemples :</p> <ul style="list-style-type: none"> - construire un losange connaissant soit une diagonale et un côté, soit un côté - construire un rectangle connaissant soit une médiane (c.à.d. le segment joignant les milieux de deux côtés opposés) et un côté (2 cas), soit une diagonale et un côté soit une diagonale soit ... <p>Construire des lieux géométriques définis par deux inégalités sur les distances à des points donnés</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Transformations du plan	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Définir ces transformations par la démarche qui détermine la construction de l'image d'un point et savoir que cette image existe et est unique</p> <p>Citer les éléments qui déterminent ces transformations (en particulier déterminer une translation par son vecteur)</p> <p>Construire l'image d'un point en utilisant uniquement du matériel imposé :</p> <ul style="list-style-type: none"> - le compas - la règle non graduée - la règle à parallèles - ... <p>et moyennant la connaissance de certaines données</p> <p>Construire l'image d'une partie du plan</p> <p>Construire l'axe, le centre d'une symétrie dont on connaît un point et son image</p>	<p>Il est fortement conseillé d'utiliser le repérage d'un point sur une droite ou dans le plan</p> <p>On pourra définir ces transformations à l'aide d'un système de coordonnées</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Déterminer les points fixes éventuels</p> <p>Enumérer les principaux invariants :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'alignement - l'intersection - le parallélisme et la perpendicularité - segments, demi-droites - angles - longueur d'un segment - amplitude d'un angle <p>Utiliser les invariants et les points fixes pour construire les images</p> <ul style="list-style-type: none"> - de droites - de segments - de demi-droites <p>Reconnaître si l'orientation d'une figure est conservée ou inversée</p>	<p>Voici quelques propriétés qui peuvent être démontrées :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'image d'une paire de droites parallèles est une paire de droites parallèles - l'image d'une paire de droites sécantes est une paire de droites sécantes - l'image d'un parallélogramme est un parallélogramme - l'image d'une paire de droites perpendiculaires est une paire de droites perpendiculaires - l'image du milieu d'un segment est le milieu de l'image du segment - l'image d'un cercle est un cercle de même rayon - l'image de la médiatrice d'un segment est la médiatrice de l'image du segment - l'image de la bissectrice d'un angle est la bissectrice de l'image de cet angle - l'image d'une tangente à un cercle est une tangente à l'image de ce cercle

Sujets	Savoir et savoir-faire <i>L'élève doit être capable de :</i>	Conseils méthodologiques
<ul style="list-style-type: none"> - Symétries orthogonales 		<p>Voici des activités possibles qui exercent les connaissances acquises sur les transformations suivantes :</p> <p>1° symétries orthogonales</p> <ul style="list-style-type: none"> - construire un triangle dont on connaît un axe de symétrie : démontrer que cet axe est médiatrice, bissectrice, hauteur et médiane - construire un quadrilatère <ul style="list-style-type: none"> • dont un axe est une diagonale • dont un axe est une médiane • dont les médianes sont des axes de symétrie • dont les diagonales sont des axes de symétrie • dont les diagonales et les médianes sont des axes de symétrie - utiliser des symétries orthogonales <ul style="list-style-type: none"> • miroir, billard • plus court chemin pour aller d'un point A à un point B en passant par un point d'une droite d, A et B étant d'un même côté de d <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> - rencontrer éventuellement certains lieux p.ex. lieu décrit par l'image d'un point quand l'axe tourne autour d'un de ses points

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
<p>- Rotations</p>	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Définir une rotation par la démarche qui détermine la construction de l'image d'un point</p> <p>Énoncer les éléments qui déterminent une rotation</p> <p>Reconnaître quelques invariants tels que : alignement, distance, amplitude et sens d'un angle, parallélisme, orientation</p> <p>Construire l'image d'une partie du plan</p>	<p>On se limitera à une approche intuitive et investigatrice</p> <p>En particulier, on pourra utiliser du papier calque...</p> <p>On peut déterminer la rotation qui applique une droite sur une droite</p> <p>On peut déterminer les rotations qui appliquent</p> <ul style="list-style-type: none"> • un triangle équilatéral sur lui-même • un hexagone régulier sur lui-même <p>(On pourra éventuellement composer de telles rotations)</p>
<p>- Homothéties</p>	<p>Construire l'image d'un point</p> <p>Énoncer les éléments qui déterminent une homothétie (rapports positifs)</p> <p>Déterminer l'image d'une partie du plan</p> <p>Comparer la longueur d'un segment à celle de son image</p> <p>Comparer l'aire d'une figure à celle de son image</p>	<p>On se limitera à une approche intuitive et investigatrice</p> <p>On peut déterminer l'image d'un cercle</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Applications des transformations du plan : axe de symétrie, centre de symétrie	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Donner la définition d'un axe, d'un centre de symétrie</p> <p>Construire les axes, les centres éventuels de figures données</p> <p>Donner la définition et justifier la construction de la médiatrice, de la bissectrice</p>	<p>Utiliser les transformations dans des situations concrètes</p> <p>Construire des figures dont on donne des axes de symétrie, des centres de symétrie</p> <p>Démontrer les propriétés métriques de la médiatrice, de la bissectrice (utiliser les transformations)</p> <p>Démontrer l'existence du cercle inscrit, du cercle circonscrit à un triangle</p> <p>Trouver le centre d'un cercle donné</p> <p>Démontrer que trois points alignés ne peuvent appartenir à un même cercle</p> <p>Montrer qu'un triangle rectangle est inscrit dans un demi-cercle</p> <p>Classer des figures selon les centres, les axes de symétrie</p>
Angles	<p>Énoncer et utiliser les propriétés relatives :</p> <ul style="list-style-type: none"> - aux angles opposés par le sommet - aux angles à côtés respectivement parallèles - aux angles formés par deux parallèles et une sécante - aux angles à côtés respectivement perpendiculaires à la somme des angles intérieurs ou extérieurs d'un triangle, d'un polygone convexe 	<p>Après avoir découvert expérimentalement ces propriétés, on pourra les justifier en utilisant les transformations du plan</p>

SUJETS	SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE	CONSEILS METHODOLOGIQUES
Théorème de Pythagore	<p><i>L'élève doit être capable de :</i></p> <p>Énoncer et utiliser le théorème</p>	<p>Justifier éventuellement la propriété en se servant des aires équivalentes</p> <p>Calculer la longueur approchée d'un des côtés d'un triangle rectangle connaissant les longueurs des deux autres côtés</p> <p>Calculer l'aire approchée d'un triangle rectangle connaissant la longueur de l'hypoténuse et celle d'un autre côté</p> <p>(pour ce qui est de l'approximation des valeurs de l'aire et des longueurs voir chapitre II "NOMBRES")</p>